Optoelectronic (2026) 8(3): 9-18
DOI: 10.30473/jphys.2026.77643.1298
Received: 09 Mar 2026 Accepted: 16 Apr 2026

Optoelectronic

Open Access

ORIGINAL ARTICLE

Study of Fluxons in Josephson Junctions by Considering Dissipation and Scattering

Abdolrasoul Gharaati[1*], Ghasem Forozani[2], Sara Khosravani[3]

1 Department of Physics, Payame Noor University, Tehran, Iran.
2 Payame Noor University, Tehran, Iran.
3 Department of Physics, Payame Noor University, Tehran, Iran.

Correspondence
Abdolrasoul Gharaati
Email: agharaati@pnu.ac.ir

How to cite
Gharaati, A. Forozani, Gh. Khosravani, S. (2026). Study of Fluxons in Josephson Junctions by Considering Dissipation and Scattering, Optoelectronic, 8(3), 9-18.

ABSTRACT

This paper investigates the structure of Josephson junctions, which, as one of the most fundamental elements in superconductivity, play a key role in the advancement of condensed matter physics, quantum field theory, and modern quantum technologies. The governing equation for the phase of such a system in the absence of dissipation and dispersion is the ordinary sine-Gordon equation, which describes fluxon propagation without considering the effects of dissipation and dispersion. However, in real physical system, the constituent materials of Josephson junctions always accompanied by dissipation and dispersion, which can significantly affect the dynamical behavior of fluxons. Here, by generalizing the sine-Gordon equation and including terms corresponding to dissipation and dispersion, and also considering the normalized bias current as a control parameter, the dynamics of fluxons in Josephson junctions have been studied. The result of this study show that the effects of dissipation and dispersion, especially in the presence of a normalized bias current, play a decisive role in the stability, propagation velocity of fluxons. The findings of this research confirm that considering dissipation and dispersion coefficients is essential and cannot be neglected in most cases. According to the calculations and simulations performed, it is observed that the effect of loss and dispersion can be compensated with the help of bias current. Therefore, the studies presented in this paper can be considered an effective step towards more realistic simulation of fluxon dynamics in practical superconducting system.

KEYWORDS

Field Theory, Josephson Junction, Solitons, Fluxons, Sine-Gordon Equation Coupling.

© 2026, by the author(s). Published by Payame Noor University, Tehran, Iran.
This is an open access article under the CC BY 4.0 license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

سال هشتم، شماره سوم، پیاپی بیست و چهارم، بهار ۱۴۰۵ (۹-۱۸)

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۱۲/۱۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۱/۲۷

DOI: 10.30473/jphys.2026.77643.1298

فصلنامه علمی

اپتوالکترونیک

«مقاله پژوهشی»

مطالعه فلاکسون‌های اتصالات جوزفسون با در نظر گرفتن اتلاف و پراکندگی

عبدالرسول قرائتی[1*]، قاسم فروزانی[2]، سارا خسروانی[3]

۱ گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.
۲ گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.
۳ گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.

نویسنده مسئول:
عبدالرسول قرائتی
رایانامه: agharaati@pnu.ac.ir

چکیده

در این مقاله به بررسی ساختار اتصالات جوزفسون پرداخته می‌شود. اتصالات جوزفسون به عنوان یکی از بنیادی‌ترین عناصر در ابررسانایی، نقشی کلیدی در پیشرفت فیزیک ماده چگال، نظریه میدان‌های کوانتومی و فناوری‌های کوانتومی نوین ایفا می‌کنند. معادله حاکم بر فاز چنین سیستمی در حالت بدون اتلاف و پراکندگی معادله سینوسی گوردون معمولی است که انتشار فلاکسون‌ها را بدون در نظر گرفتن اثرات اتلاف و پراکندگی نشان می‌دهد. با این حال، در سامانه‌های فیزیکی واقعی، مواد سازنده اتصالات جوزفسون همواره با اتلاف و پراکندگی همراه هستند که می‌توانند رفتار دینامیکی فلاکسون را به شدت تحت تأثیر قرار دهند. در این جا با تعمیم معادله سینوسی گوردون و گنجاندن عباراتی متناظر با اتلاف و پراکندگی و همچنین در نظر گرفتن جریان بایاس بهنجارشده به عنوان پارامتر کنترلی، دینامیک فلاکسون‌ها در اتصالات جوزفسون مطالعه شده است. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که اثرات اتلاف و پراکندگی، به ویژه در حضور جریان بایاس بهنجارشده، نقشی تعیین‌کننده در پایداری سرعت انتشار فلاکسون‌ها دارد. یافته‌های این تحقیق مؤید آن است که در نظر گرفتن ضرایب اتلاف و پراکندگی ضروری بوده و در بیشتر موارد قابل چشمپوشی نیستند. با توجه به محاسبات و شبیه‌سازی انجام‌شده مشاهده می‌شود که به کمک جریان بایاس می‌توان تاثیر اتلاف و پراکندگی را جبران کرد. بنابراین مطالب ارائه‌شده در این مقاله می‌تواند گامی مؤثر به سوی شبیه‌سازی واقع‌بینانه‌تر دینامیک فلاکسون‌ها در سامانه‌های عملی ابررسانایی محسوب شود.

واژه‌های کلیدی

نظریه میدان، اتصالات جوزفسون، سالیتون، فلاکسون، معادله سینوسی گوردون.

استناد به این مقاله:

عبدالرسول قرائتی، قاسم فروزانی، سارا خسروانی (۱۴۰۵). مطالعه فلاکسون‌های اتصالات جوزفسون با در نظر گرفتن اتلاف و پراکندگی. فصلنامه علمی اپتوالکترونیک، ۸(۳)، ۹-۱۸.

https://jphys.journals.pnu.ac.ir

مقدمه

اتصال جوزفسون به طور اساسی دو ماده ابر رسانا است که به وسیله یک لایه بسیار نازک، از ماده دیگر که ابررسانا نیست، جدا می‌شود. حداکثر ضخامت این فاصله به‌وسیله خواص دو نوع ابررسانا و لایه میانی که عایق است و یا یک فلز غیر ابررسانا است، مشخص می‌شود و به گونه‌ای انتخاب می‌شود که امکان تونل‌زنی کوانتومی جفت‌های کوپر فراهم باشد [۱و۲]. در سال ۱۹۶۲، برایان دی جوزفسون، پیش‌بینی کرد که جفت‌های کوپر می‌توانند بین دو ابررسانا از طریق یک مانع غیر ابررسانا، بدون وجود اختلاف پتانسیل الکتریکی، از مانع عبور کرده و یک جریان پایدار ایجاد کنند که بعدها به اثر جوزفسون معروف شد [۳]. می‌توان چنین در نظر گرفت که الکترون‌ها و از این رو جریان، می‌توانند از این مانع بدون/با اختلاف پتانسیلی عبور کنند. محاسبات تحلیلی جوزفسون بعداً به وسیله آزمایش‌ها اثبات و تأیید شد و جوزفسون به دلیل اثرش در سال ۱۹۷۳ جایزه نوبل را در زمینه فیزیک دریافت کرد [۴]. به عبارت دیگر می‌توان گفت، هرگاه دو ابررسانا به وسیله یک غیرابررسانا مثلا یک دی‌الکتریک یا فلز عادی از هم جدا شوند، جفت الکترون‌ها می‌توانند از یک ابررسانا به ابررسانای دیگر تونل‌زنی کنند و ابرجریان (جریانی که تا ابد و بدون اعمال هیچ گونه ولتاژی وجود دارد)، از یک ابررسانا به ابررسانای دیگر شارش پیدا می‌کند. چنین اتصالی، اتصال جوزفسون نامیده می‌شود و به وجود آمدن ابرجریان در اتصالات جوزفسون به عنوان اثر جوزفسون شناخته می‌شود [۵]. که این یک پدیده کوانتومی است. ساندویچ ابررسانا – فلز/ عایق – ابررسانا یکی از انواع اتصال‌های ضعیف هستند که در آنها ضخامت لایه فلز/عایق می‌تواند به بزرگی ۳۰ تا ۴۰ انگسترم باشد. در این حالت توابع موج الکترون‌های ابررسانشی به دلیل وجود اثر هم‌جواری می‌توانند در فلز عادی نفوذ کرده و در ناحیه همپوشی آنها، توابع موج تداخل پیدا می‌کنند و این باعث برقراری همدوسی فاز بین دو ابررسانا می‌شود. حال اگر فاصله بین دو ابررسانا از یکدیگر به اندازه کافی بزرگ باشد، تابع موج و فاز دو ابررسانا مستقل از یکدیگر خواهند بود و در این صورت الکترون‌ها نمی‌توانند از یک ابررسانا به ابررسانای دیگر شارش پیدا کنند. در حالتی که بین ابررساناها شارش الکترون‌ها اتفاق بیفتد، این الکترون‌ها به صورت جفت کوپر در هر ابررسانا حرکت خواهند کرد [۶].

یکی از پدیده‌های جالب و خاص که در اتصالات جوزفسون رخ می‌دهد، نمایان شدن فلاکسون‌ها است، که فلاکسون ایجاد ابرجریان در لایه غیرابررسانای اتصالات جوزفسون است [۷] و یک فلاکسون، یک جفت کوانتای بار را حمل می‌کند. فلاکسون‌ها در اتصالات جوزفسون، مانند سالیتون‌ها در معادله سینوسی گوردون رفتار می‌کنند، که این سالیتون‌ها پاسخ معادله سینوسی گوردون هستند. سالیتون‌ها قادرند بدون تغییر شکل، در طول اتصال حرکت کنند و برهم کنش آن‌ها از قوانین حاکم بر معادله سینوسی گوردون تبعیت می‌کند [۸].

معادله سینوسی گوردون یک معادله بنیادین در فیزیک غیرخطی است که کاربردهای گسترده‌ای در فیزیک دارد. در واقع این معادله دینامیک شار مغناطیسی را در اتصالات جوزفسون بلند مدل‌سازی می‌کند، که درآن سالیتون‌ها به صورت فلاکسون‌ها ظاهر می‌شوند [۹]. این معادله توانایی توصیف پدیده‌های متنوعی از جمله امواج آب، سالیتون‌ها و فرآیندهای انفجاری را دارد. کاربردهای این جواب‌های سالیتونی شامل مدل سازی سالیتون‌های نوری در فیبر نوری، انتشار امواج صوتی در محیط‌های غیریکنواخت و مکانیسم‌های انتقال انرژی در سیستم‌های غیرخطی است [۱۰]. به طور کلی معادلات کلاسیک از نوع معادله سینوسی گوردون نقش مهمی در معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی غیرخطی تکمیلی ایفا می‌کنند و کاربردهای مهمی در فیزیک حالت جامد، اپتیک غیرخطی، دینامیک سیالات، نظریه میدان‌های کوانتومی و دیگر حوزه‌های علمی دارند. برای مثال، معادله سینوسی گوردون برای توصیف ذرات باردار در میدان‌های الکترومغناطیسی و انتشار پالس‌های نوری استفاده شده است. در فیزیک حالت جامد، این معادله دینامیک شار مغناطیسی را در اتصالات جوزفسون بلند مدل‌سازی می‌کند، معادله سینوسی گوردون دارای فونون‌ها، جواب‌های کینک و تپنده است که جواب‌های کینک مستقیما با فلاکسون‌ها در اتصالات جوزفسون متناظر هستند. مطالعه این جواب‌ها و رفتار دینامیکی آن‌ها، از جمله اثرات پارامترهای اتلاف و پراکندگی، برای درک بهتر پدیده‌های فیزیکی در این سیستم‌ها ضروری است [۱۱].

از اتصالات جوزفسون در ساخت اسکوئیدها[1] استفاده می‌شود [۱۲]. اسکوئیدها از حساس‌ترین ابزارهای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی به شمار می‌روند و قادرند میدان‌هایی با شدت در حدود 10^{-15} تسلا را آشکارسازی کنند [۱۳]. این

1 Superconducting Quantum Interference Device (SQUID)

حساسیت بی‌نظیر، نتیجه مستقیم ماهیت کوانتومی عملکرد اسکوییدها است که در آن، خروجی دستگاه به صورت تناوبی به کوانتوم شار مغناطیسی وابسته است. این حساسیت فوق‌العاده اسکوئیدها را به ابزاری کلیدی در حوزه‌های پژوهشی و کاربردی متعددی تبدیل کرده است. از جمله مهم‌ترین این کاربردها می‌توان به اندازه‌گیری‌های دقیق مغناطیسی، مطالعات زیست مغناطیسی مانند مگنتوآنسفالوگرافی و مگنتوکاردیوگرافی [۱۴]، اکتشافات ژئوفیزیکی و معدنی [۱۵] و تست‌های غیرمخرب در صنایع پیشرفته اشاره کرد [۱۶]. همچنین، از توانایی اسکوئیدها در پایش تغییرات میدان مغناطیسی زمین با هدف مطالعه امکان‌سنجی شناسایی پیش نشانگرهای لرزه‌ای نیز استفاده شده است [۱۵،۱۷].

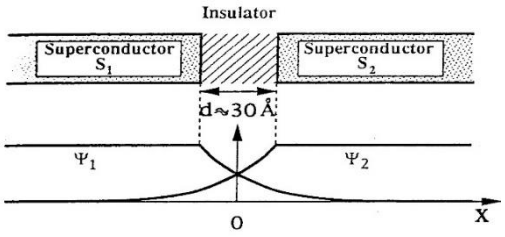
در این کار با در نظر گرفتن پراکندگی و اتلاف برای مواد بین ابررساناها، با توجه به اینکه تاثیرات زیادی در عملکرد سیستم دارد معادله سینوسی گوردون معمولی را اصلاح و در خصوص ابر جریان‌ها و تاثیر آن بر عملکرد سیستم بحث می‌کنیم.

مدل نظری استاندارد معادله سینوسی گوردون

در این قسمت به طور خلاصه معادله سینوسی گوردون معمولی حاکم بر اتصالات جوزفسون را به دست می‌آوریم. معادله سینوسی گوردون یک مدل بنیادین در فیزیک غیرخطی است که کاربردهای گسترده‌ای دارد. این سیستم الکترون‌ها می‌توانند به صورت جفت کوپر در هر ابررسانا حرکت کنند. تابع موج ماکروسکوپیک عمومی همه جفت الکترون‌ها به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\psi = \sqrt{R}\, e^{i\phi} \qquad (۱)$$

که در آن R، چگالی جفت کوپر و ϕ فاز کوانتومی عمومی همه جفت الکترون‌هاست، در این حالت دو ابررسانا به طور طبیعی توابع موج ψ_1 و ψ_2 را دارند که این توابع موج مستقل از یکدیگرند. همچنین این دو ابررسانا دارای فازهای مستقل از هم ϕ_1 و ϕ_2 هستند؛ اما اگر دو ابررسانا به یکدیگر نزدیک شوند، حدود ۳۰ آنگستروم، در این صورت فازها دیگر مستقل از هم نخواهند بود بلکه به یکدیگر مربوط می‌شوند، زیرا جفت کوپر می‌تواند از میان سد مثلا عریق نفوذ کند. این حالت در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱. دو ابررسانای جفت شده با پیوند ضعیف و دامنه‌های ماکروسکوپیک تابع موج

توابع موج ψ_1 و ψ_2 معادلات شرودینگر خطی مرتبط به هم را ارضا می‌کنند [۱۸].

$$i\hbar\frac{\partial\psi_1}{\partial t} = E_1\psi_1 + k\psi_2 \qquad (۲)$$

$$i\hbar\frac{\partial\psi_2}{\partial t} = E_2\psi_2 + k\psi_1 \qquad (۳)$$

در این معادلات E_1 و E_2 انرژی حالت پایه الکترون‌ها در دو ابررسانا هستند. دو ابررسانا را مشابه در نظر گرفته‌ایم. k، یک ثابت تزویج و حقیقی است که به خصوصیات محل اتصال بستگی دارد. حال اگر $d \to \infty$ آنگاه $k \to 0$، که در اینجا d ضخامت سد است. وقتی که یک اختلاف پتانسیل استاتیک V بین دو ابررسانا ایجاد شود، تغییر انرژی به صورت $E_1 - E_2 = 2eV$ ایجاد می‌شود. مرجع انرژی را می‌توانیم به طور دلخواه انتخاب کنیم که $E = (E_1 + E_2)/2 = 0$؛ بنابراین $E_1 = eV$ و $E_2 = -eV$. در این صورت معادلات (۲) و (۳) به ترتیب به صورت زیر خواهند شد:

$$i\hbar\frac{\partial\psi_1}{\partial t} = eV\psi_1 + k\psi_2, \qquad (۴)$$

$$i\hbar\frac{\partial\psi_2}{\partial t} = -eV\psi_2 + k\psi_1. \qquad (۵)$$

با استفاده از $\psi_1 = \sqrt{R_1}e^{i\phi_1}$ و $\psi_2 = \sqrt{R_2}e^{i\phi_2}$ در این معادلات و جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی از یکدیگر به معادلات زیر می‌رسیم.

$$\hbar\frac{\partial R_1}{\partial t} = -2k\sqrt{R_1R_2}\sin\phi, \qquad (۶)$$

$$\hbar\frac{\partial R_2}{\partial t} = +2k\sqrt{R_1R_2}\sin\phi, \qquad (۷)$$

$$\hbar\frac{\partial\phi_1}{\partial t} = k\sqrt{R_2/R_1}\cos\phi - eV \qquad (۸)$$

$$\hbar\frac{\partial\phi_1}{\partial t} = k\sqrt{R_2/R_1}\cos\phi - eV \qquad (۹)$$

که $\phi = \phi_2 - \phi_1$ اختلاف فاز بین دو تابع موج است. اکنون کمیت‌های $J_2 = \partial R_2/\partial t$ را تعریف می‌کنیم. R_1 و R_2 چگالی جفت الکترون‌ها را نشان می‌دهند که تنها به طور جزئی از مقادیر تعادلی خود R_0 انحراف دارند. از آنجا که این

انحراف‌ها بسیار کوچک هستند، می‌توان تقریب زد که $R_1 \approx R_2 \approx R_0$ و $(2k/\hbar)\sqrt{R_1R_2} \approx 2kR_0/\hbar = J_0$، و بنابراین با استفاده از معادله (۶) داریم:

$$J \approx J_0 \sin\phi, \qquad (۱۰)$$

با تفریق معادله (۸) و (۹) و با استفاده از روابط (۶) و (۷)، خواهیم داشت:

$$\hbar \frac{d\phi}{dt} = 2eV. \qquad (۱۱)$$

که این معادله را می‌توان با تغییر متغیر به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d\Phi}{dt} = V, \qquad (۱۲)$$

که در این رابطه Φ ابعاد شار مغناطیسی داشته و ϕ بدون بعد است و به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\phi = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \qquad (۱۳)$$

که در آن $\Phi_0 = h/2e = 2.064\times10^{-15} Wb$ کوانتوم شار مغناطیسی است. با استفاده از روابط (۱۰) و (۱۳) خواهیم داشت:

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{2\pi} \sin^{-1}\frac{J}{J_0}. \qquad (۱۴)$$

در عمل این رابطه غیر خطی میان شار و جریان را می‌توان به صورت وجود خودالقایی غیرخطی تعبیر کرد. اگر $V = 0$ باشد، معادله ایجاب می‌کند که $\phi = const.$ که به طور کلی مقداری غیر صفر دارد و قابل چشمپوشی نیست. سپس از معادله (۱۰) چگالی جریان متناهی J حتی در غیاب ولتاژ به دست می‌آید که این اثر به عنوان اثر جوزفسون DC شناخته می‌شود.

اگر $V = V_0 = const.$ آنگاه $\Phi = V_0 t + \Phi_1$ که در آن Φ_1 ثابت انتگرال‌گیری است و از رابطه (۱۴) چگالی جریان متناوب به دست می‌آید که به عنوان اثر جوزفسون AC شناخته می‌شود.

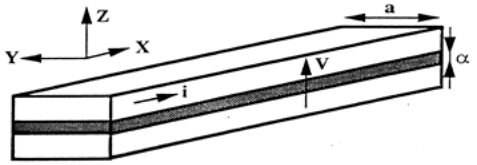
$$J = J_0 \sin\frac{2\pi}{\Phi_0}(V_0 t + \Phi_1). \qquad (۱۵)$$

بنابراین یک چگالی جریان متناوب با یک فرکانس زاویه‌ای معین به وجود می‌آید.

$$\omega_J = \frac{2\pi V_0}{\Phi_0} = \frac{2eV_0}{\hbar}. \qquad (۱۶)$$

که این فرکانس از مرتبه چند صد MHz و در محدوده چند μV اختلاف ولتاژ است [۲۱-۱۹].

اکنون به پیوند جوزفسون بلند می‌پردازیم شکل ۲. این ساختار از دو نوار نسبتا بلند از مواد ابررسانا تشکیل شده است که به وسیله یک لایه بسیار نازک دی الکتریک به ضخامت d از یکدیگر جدا شده‌اند.



شکل ۲. پیوند جوزفسون بلند

در شکل ۲ نشان داده شده است که پیوند از دو لایه ابررسانا تشکیل شده است که یک لایه عایق نازک بین آن‌ها وجود دارد. محور x جهت طول پیوند، محور y پهنای نوار و محور z ضخامت اتصال را نشان می‌دهد و d ضخامت عایق/فلز می‌باشد. جریان i در راستای محور x و اختلاف پتانسیل V بین دو لایه برقرار است.

مطابق شکل (۳)، یک عنصر طولی کوچک از این دستگاه به اندازه dx از دید الکتریکی معادل با مداری است که دارای ظرفیت خازنی بر واحد طول زیر است:

$$C = \frac{K\varepsilon_0 a}{d}. \qquad (۱۷)$$

که در آن K، ثابت دی الکتریک لایه $\varepsilon_0 = 8.854\times10^{-12} C^2/Nm^2$ و a پهنای نوار ابررسانا و القای مغناطیسی در واحد طول به صورت زیر است:

$$L = \mu_0 \frac{2\lambda_L + d}{a}, \qquad (۱۸)$$

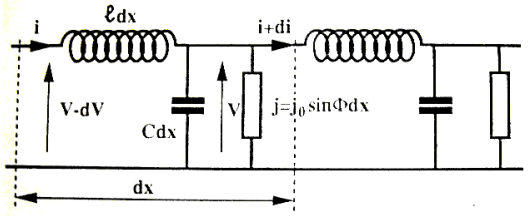
که در آن $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ نفوذپذیری مغناطیسی خلاء و λ_L عمق نفوذ میدان مغناطیسی در ابررسانا است [۱۶].

این رابطه نشان می‌دهد که ضریب خود القایی نه تنها از ضخامت عایق بلکه از نفوذ میدان در داخل لایه ابررسانا نیز تأثیر می‌پذیرد. با استفاده از نظریه مدارهای پایه، معادلات زیر به دست می‌آیند.

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -L\frac{\partial I}{\partial t}, \qquad (۱۹)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -C\frac{\partial V}{\partial t} - J_0 \sin 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}, \qquad (۲۰)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = V. \qquad (۲۱)$$



شکل ۳. شبیه سازی اتصال جوزفسون با مدارهای الکتریکی

معادله (۱۹) را می‌توان با استفاده از قانون ولتاژ کیرشهف و معادله (۲۰) توسط قانون جریان کیرشهف به دست آورد. لازم

به ذکر است که منبع عبارت سینوسی غیر خطی در معادله (۲۰) از ابررسانایی نوار ناشی می‌شود. این معادلات را می‌توان به راحتی ترکیب کرد و معادله سینوسی گوردون زیر را برای اختلاف فاز به دست آورد. [۱۹،۲۲]

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}-c_J^2\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\omega_p^2\sin\phi=0, \qquad (۲۲)$$

که در آن از معادلات زیر و معادله (۱۴) استفاده شده است.

$$c_J=\frac{1}{\sqrt{LC}},\ \omega_p=\sqrt{\frac{2\pi J_0}{\Phi_0 C}}. \qquad (۲۳)$$

لازم به ذکر است که c_J/ω_p ابعاد طول را دارد. این یک مقیاس طول است که به نام طول نفوذ جوزفسون نامیده می‌شود که تعیین می‌کند آیا طول یک اتصال جوزفسون در راستای محور x در شکل ۲ بلند است یا خیر [۲۳].

معادله (۲۲) به وضوح می‌تواند پاسخ جایگزیده ای بنام کینک یا پادکینک داشته باشد. اگر معادله سینوسی گوردون معمولی به صورت زیر باشد:

$$\frac{\partial^2\varphi}{c^2\partial t^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+a\sin b\varphi=0, \qquad (۲۴)$$

که در آن $a=\omega_p^2/c_J^2$ و $b=1$ ابعاد $c_J\to c$ سرعت دارد. جریان مربوطه و ولتاژ را می‌توان به راحتی از معادلات (۱۹)، (۲۰) و (۲۱) محاسبه کرد. در کینک (آنتی کینک) پالس‌ها با اختلاف فاز 2π (-2π) را توصیف می‌کند که مربوط به یک کوانتوم شار مغناطیسی همراه با یک پالس ولتاژ و جریان است. بنابراین کینک (آنتی کینک) در این مورد یک فلاکسون (آنتی فلاکسون) نامیده می‌شود [۲۴].

مدل نظری معادله سینوسی گوردون اصلاح شده

در این بخش دینامیک واقعی فلاکسون‌ها بررسی می‌شود، یعنی حرکت فلاکسون‌ها را دقیق‌تر بررسی می‌کنیم و معادله سینوسی گوردون را با وجود پدیده‌هایی چون اتلاف، پراکندگی و جریان بایاس بهنجار شده مطالعه می‌کنیم. بررسی‌ها نشان می‌دهد که در این صورت، معادله سینوسی گوردون واقعی سیستم به صورت زیر در می‌آید یعنی رفتار دینامیکی یک پیوند جوزفسون بلند تحت تاثیر جریان با اتلاف و پراکندگی توسط معادله سینوسی گوردون اصلاح شده و بهنجار شده به صورت زیر است.

$$\Phi_{xx}-\Phi_{tt}-sin\Phi=\alpha\Phi_t-\beta\Phi_{xxt}-\gamma \qquad (۲۵)$$

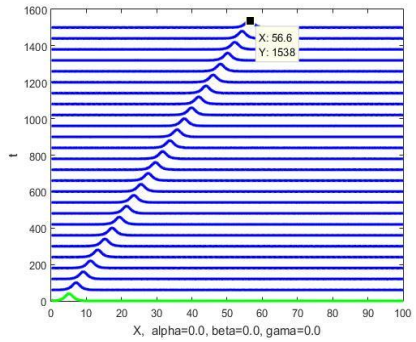
که در آن α میرایی ناشی از تونل‌زنی شبه ذرات، β، اتلاف ناشی از مقاومت سطحی ابررساناها و γ جریان بایاس نرمال شده است [۲۵]. این سه پارامتر تعیین‌کننده شکل و پایداری فلاکسون، سرعت حرکت فلاکسون‌ها، برگشت‌پذیری یا برگشت‌ناپذیری دینامیکی و پایداری نوسانات هستند.

بنابراین پارامترهای α، β و γ سه کمیت اساسی هستند، که رفتار دینامیکی فاز جوزفسون در یک پیوند بلند جوزفسون را کنترل می‌کنند. بررسی اثر این پارامترها نه تنها امکان توصیف دینامیک فلاکسون‌ها را فراهم می‌کند؛ بلکه به طراحی و بهینه‌سازی ساختارهای جوزفسونی در کاربردهایی مانند ادوات تراهرتزها، آرایه‌های کوانتومی و منطق شار مغناطیسی کمک می‌کند [۲۶].

نتایج محاسبات عددی

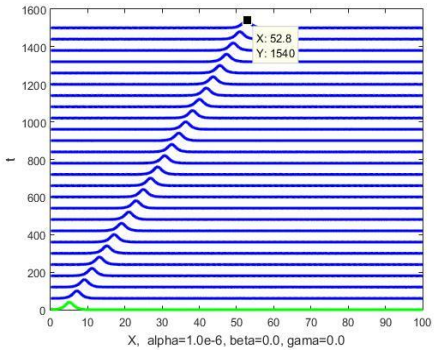
با در نظر گرفتن معادله (۲۵) و با استفاده از روش محاسباتی تفاضل محدود و نرم‌افزار متلب، تحول زمانی این معادله را با پارامترهای α، β، γ بررسی و مطالعه می‌کنیم. تحول سالیتون را در فاصله مکانی ۰<x<۱۰۰ و در فاصله زمانی ۰<t<۱۶۰ و با در نظر گرفتن $\Delta x=0.2$ و $\Delta t=0.1$ که نسبت آن $\frac{\Delta t}{\Delta x}=\frac{0.1}{0.2}=0.5<1$ است، به منظور دقت محاسبات در نظر گرفته شده است.

در ابتدا همان طور که در شکل (۴) نشان داده شده است، منحنی را به ازای $\alpha=0$، $\beta=0$ و $\gamma=0$، (معادله سینوسی گوردون معمولی) رسم کرده و سایر معادلات را با این شکل مقایسه می‌کنیم. در این حالت یعنی زمانی که پارامترهای α، β، γ همگی صفر باشند، مرکز سالیتون درنقطه $x=$ و $y=1538$ 56.6 قرار دارد.



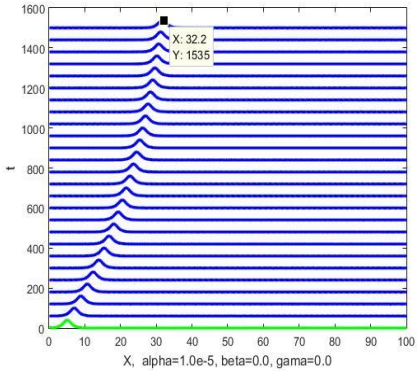
شکل ٤. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\alpha=\beta=\gamma=0$

در شکل (۵) منحنی را به ازای $\alpha=10^{-6}$، $\beta=0$ و $\gamma=0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی مرکز سالیتون از نقطه $x=$ و $y=1538$ 56.6 به نقطه $x=52.8$ $y=1540$ و جا به جا شده است.



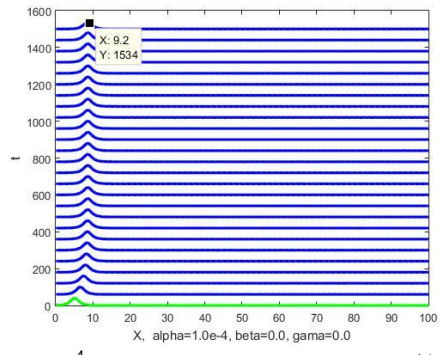
شکل ۵. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\alpha = 10^{-6}$

در شکل (۶) منحنی را به ازای $\alpha = 10^{-5}$، $\beta = 0$ و $\gamma = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 32.2$ $y = 1535$ جابه جا شده است.



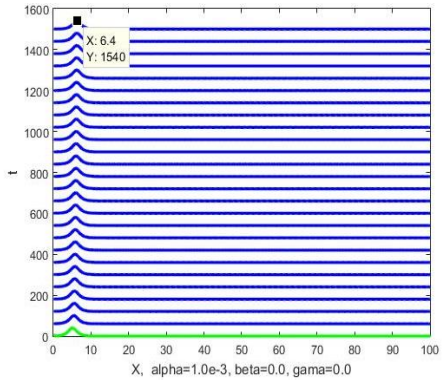
شکل ٦. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\alpha = 10^{-5}$

در شکل (۷) منحنی را به ازای $\alpha = 10^{-4}$، $\beta = 0$ و $\gamma = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 9.2$ $y = 1534$ جا به جا شده است.



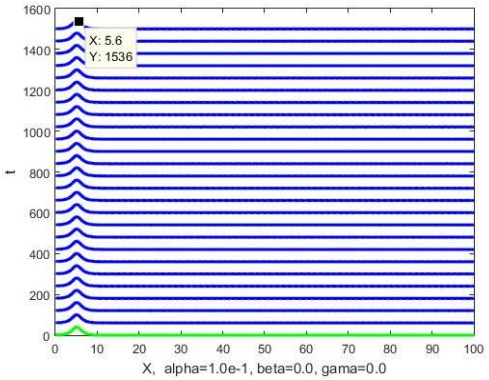
شکل ۷. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\alpha = 10^{-4}$

در شکل (۸) منحنی را به ازای $\alpha = 10^{-3}$، $\beta = 0$ و $\gamma = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ به نقطه $x = 6.4$ $y = 1540$ و جا به جا شده است.



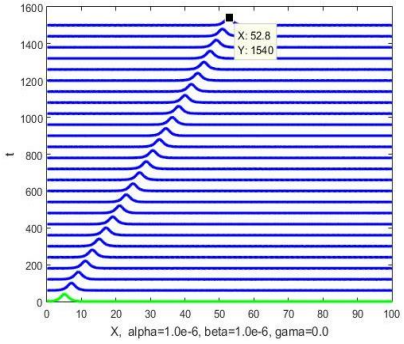
شکل ۸. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\alpha = 10^{-3}$

در شکل (۹) منحنی را به ازای $\alpha = 10^{-1}$، $\beta = 0$ و $\gamma = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 5.6$ $y = 1536$ جا به جا شده است.



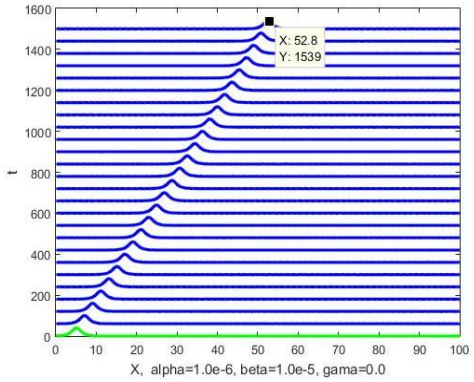
شکل ۹. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\alpha = 10^{-1}$

در شکل (۱۰) منحنی را به ازای $\alpha = 10^{-6}$ و $\beta = 10^{-6}$ و $\gamma = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که در این حالت مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 52.8$ $y = 1540$ جا به جا شده است.



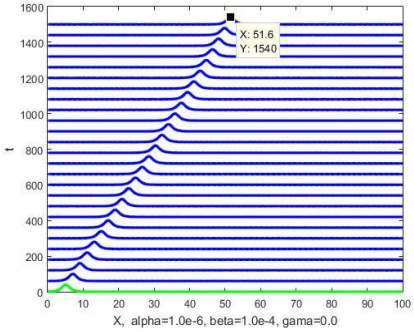
شکل ۱۰. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\alpha = \beta = 10^{-6}$

در شکل (۱۱) منحنی را به ازای $\alpha = \beta = 10^{-5}$ و 10^{-6} و $\gamma = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 52.8$ $y =$ و 1539 جا به جا شده است.



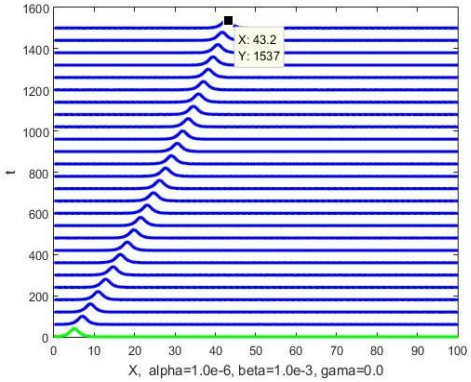
شکل ۱۱. تحول زمانی سالیتون با در نظرگرفتن $\alpha = 10^{-6}$ و $\beta = 10^{-5}$

در شکل (۱۲) منحنی را به ازای $\alpha = \beta = 10^{-4}$ و 10^{-6} و $\gamma = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 51.6$ $y =$ و 1540 جا به جا شده است.



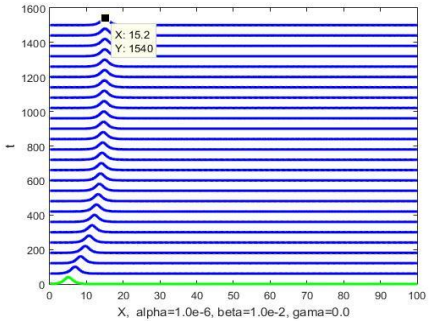
شکل ۱۲. تحول زمانی سالیتون با در نظرگرفتن $\alpha = 10^{-6}$ و $\beta = 10^{-4}$

در شکل (۱۳) منحنی را به ازای $\alpha = \beta = 10^{-3}$ و 10^{-6} و $\gamma = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 43.2$ $y =$ و 1537 جا به جا شده است.



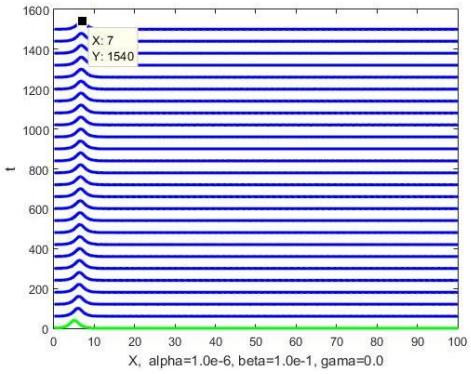
شکل ۱۳. تحول زمانی سالیتون با در نظرگرفتن $\alpha = 10^{-6}$ و $\beta = 10^{-3}$

در شکل (۱۴) منحنی را به ازای $\alpha = \beta = 10^{-2}$ و 10^{-6} و $\gamma = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 15.2$ $y =$ و 1540 جا به جا شده است.



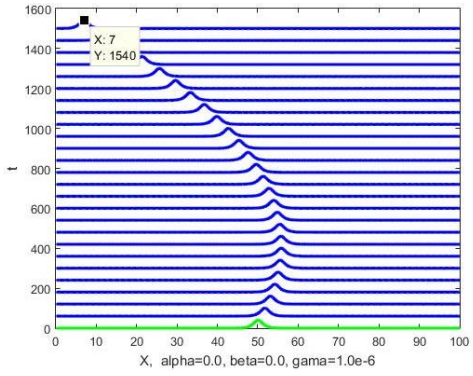
شکل ۱۴. تحول زمانی سالیتون با در نظرگرفتن $\alpha = 10^{-6}$ و $\beta = 10^{-2}$

در شکل (۱۵) منحنی را به ازای $\alpha = \beta = 10^{-1}$ و 10^{-6} و $\gamma = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 7$ $y =$ و 1540 جا به جا شده است.



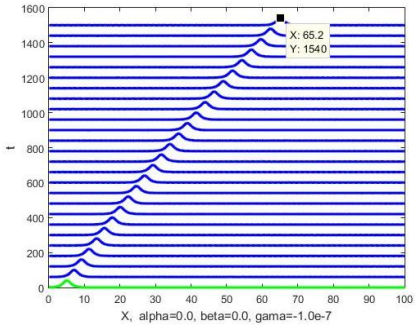
شکل ۱۵. تحول زمانی سالیتون با در نظرگرفتن $\alpha = 10^{-6}$ و $\beta = 10^{-1}$

در شکل (۱۶) منحنی را به ازای $\gamma = 10^{-6}$ و $\beta = 0$ و $\alpha = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی مرکز سالیتون از نقطه $x =$ و $y = 1538$ به نقطه $x = 7$ $y = 1540$ و جا به جا شده است.



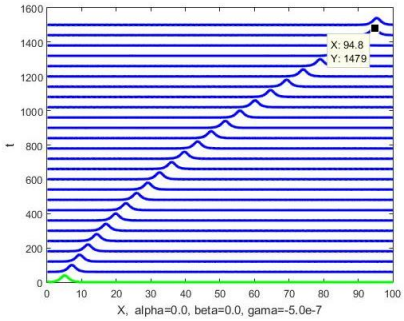
شکل ۱۶. تحول زمانی سالیتون با در نظرگرفتن $\gamma = 10^{-6}$ و $\beta = 0$ و $\alpha = 0$

در شکل (۱۷) منحنی را به ازای $\gamma = -10^{-7}$ و $\beta = 0$ و $\alpha = 0$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 65.2$ $y = 1540$ و جا به جا شده است.



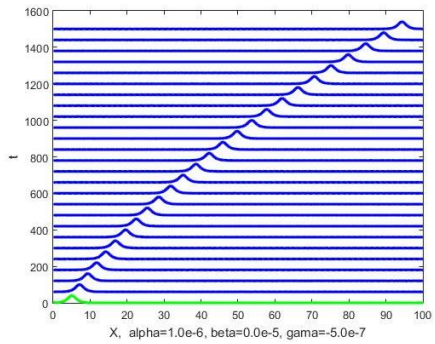
شکل ۱۷. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\gamma = -10^{-7}$ و $\beta = 0$ و $\alpha = 0$

در شکل (۱۸) منحنی را به ازای $\alpha = 0$ و $\beta = 0$ و $\gamma = -5 \times 10^{-7}$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 60.2$ $y = 1538$ جا به جا شده است.



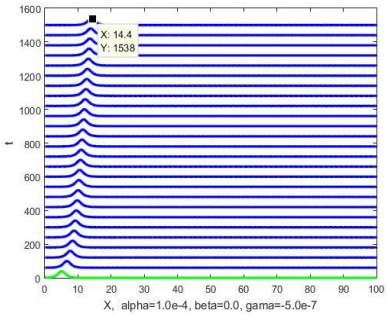
شکل ۱۸. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\gamma = -5 \times 10^{-7}$ و $\beta = 0$ و $\alpha = 0$

در شکل(۱۹) منحنی را به ازای $\gamma = -5 \times 10^{-7}$ و $\beta = 0$ و $\alpha = 10^{-6}$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 94.4$ و $y =$ 1540 جا به جا شده است.



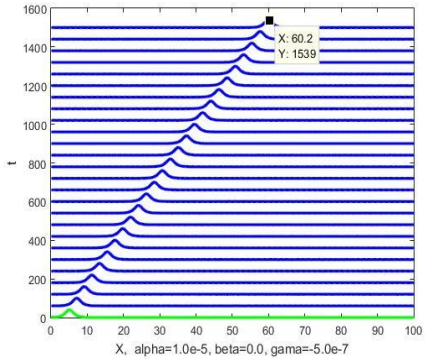
شکل ۱۹. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\gamma = -5 \times 10^{-7}$ و $\beta = 0$ و $\alpha = 10^{-6}$

در شکل (۲۰) منحنی را به ازای $\alpha = 10^{-5}$ و $\beta =$ 0 و $\gamma = -5 \times 10^{-7}$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ و $y = 1538$ به نقطه $x =$ و $y = 1539$ 60.2 جا به جا شده است.



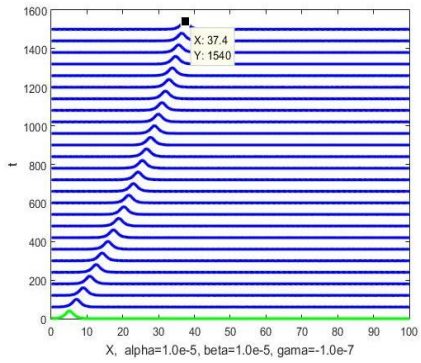
شکل ۲۰. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\gamma = -5 \times -10^{-7}$ و $\beta = 0$ و $\alpha = 10^{-5}$

در شکل (۲۱) منحنی را به ازای $\alpha = 10^{-4}$ و $\beta = 0$ و $\gamma = -5 \times 10^{-7}$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ و $y = 1538$ به نقطه $x =$ و $y = 1538$ 14.4 جا به جا شده است.



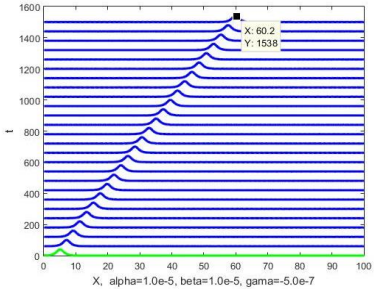
شکل ۲۱. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\gamma = -5 \times 10^{-7}$ و $\alpha = 10^{-4}$ و $\beta = 0$

در شکل (۲۲) منحنی را به ازای $\gamma = -10^{-7}$ و $\beta =$ 10^{-5} و $\alpha = 10^{-5}$ رسم کرده ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x =$ و $y =$ 37.4 1540 جا به جا شده است.



شکل ۲۲. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\gamma = -10^{-7}$ و $\alpha = 10^{-5}$ و $\beta = 10^{-5}$

در شکل (۲۳) منحنی را به ازای $\gamma = -5 \times 10^{-7}$ و $\beta = 10^{-5}$ و $\alpha = 10^{-5}$ رسم کرده‌ایم. با توجه به نمودار مشاهده می‌کنیم که به نسبت حالت معمولی، مرکز سالیتون از نقطه $x = 56.6$ $y = 1538$ و به نقطه $x = 60.2$ $y =$ و 1538 جا به جا شده است.



شکل ۲۳. تحول زمانی سالیتون با در نظر گرفتن $\gamma = -5 \times 10^{-7}$ و $\alpha = 10^{-5}$ و $\beta = 10^{-5}$

لازم به ذکر است که در محاسبات فوق مقدار y محور قائم معادل زمان (t) است و چون که در محاسبات عددی dt=0.1 گرفته‌ایم باید در ۰/۱ ضرب شود.

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، تأثیر پارامترهای اتلاف، پراکندگی و جریان بایاس بهنجار شده بر دینامیک فلاکسون‌ها در یک پیوند جوزفسون بلند بررسی شد. با استفاده از مدل معادله سینوسی گوردون واقعی با در نظر گرفتن ضرایب اتلاف α، پراکندگی β و جریان بایاس بهنجار شده γ نشان داده شد که این پارامترها به طور چشمگیری بر پایداری، سرعت و شکل سالیتون‌های فلاکسونی تأثیر می‌گذارد. شبیه‌سازی‌های عددی حاکی از آن است که اتلاف موجب کاهش تدریجی سرعت فلاکسون‌ها و در نهایت توقف آن‌ها می‌شود، در حالی که پراکندگی می‌تواند منجر به پهن شدگی فلاکسون‌ها و تغییر در برهمکنش فلاکسون–فلاکسون گردد. این نتایج برای طراحی و بهینه‌سازی دستگاه‌های مبتنی بر پیوند جوزفسون در کاربردهای الکترونیک ابررساناها حائز اهمیت است. پژوهش‌های آتی می‌تواند بر کنترل تجربی این پارامترها و بررسی اثر میدان‌های مغناطیسی خارجی متمرکز شود. نتایج تحلیل انجام شده نشان می‌دهد که معادله سینوسی گوردون اصلاح شده با پارامترهای تعیین شده، توانایی قابل توجهی در توصیف رفتار دینامیکی سیستم بررسی‌شده دارد. تغییرات پارامترها، که در بخش نظری تفسیر شدند، اثر مستقیمی بر ویژگی‌های موجی و پایداری راه حل‌ها دارند، که اهمیت انتخاب دقیق آنها را نمایان می‌سازد.

منابع

References

[1] W. Perold, *"Superconducting Quantum Interference Device (SQUID) Mangnetometers: Principles, Fabrication and Applications",* Stellenbosch University, (2010).

[2] R. P. Feynman, R. B. Leighton and M. Sands, The Feynman Lectures on physics, Addison_Wesley, Reading, Massachusetts, Vol. III, (1966).

[3] R. Rajaraman, *"Solitons and Instantons",* Elsevier, North Holland, (1996).

[4] A. Wallraff aus Bonn, *"Fluxon Dynamics in Annular Josephson Junction from Relativistic strings to Quantum particles",* (2000).

[5] G. Grosso, *"Solid state physics"*, University of Pavia, Academic Press, (2000).

[6] A. Garaati, N. Fathi, S. Johnson, A. Biswas, *"Analytical solution of fluxons in a nonhomogenous Josephson junction"*, Wave in Random and Complex Media, (2012).

[7] H. Kooiker, *"Fluxon Dynamics of the State in a Two-Fold Stack of Long Josephson Junctions",* University of Twente, Enschede, (2005).

[8] A. V. Ustinov *"Solitons in Josephson junction"* Physica D 123, 315, 329 (1998)

[9] D. Mares-Rincon, S. Macias, J.E. Macias-Diaz, J. A. Guerrero-Diaz-de-Leon, T. Bountis *"A Discrete Model to Solve a Bifractional Dissipative Sin-Gordon Equation:Theorical Analysis and Simulations",* Fractal and fractional, (2025).

[10] Y. Wang, M. N. Raihen, E. Ilhan, H. M. Baskonus, *"On the new sine-Gordon solitons the generalized Korteweg-de Vries and modified Kortewg-de Vries models via beta operator",* Mathematcs, (2025).

[11] J. Guo, M. Li, *"The dynamics of some exact solution to a (3+1)-dimensional sine-Gordon equation",* Wave Motion, (2024).

[12] J. Clarke and A. I. Braginski, the SQUID Handbook: Fundamentals and Technology of SQUIDS and SQUID System, Vol.1. Weinheim, Germany: Wiley-VCH, (2004)

[13] R. L. Fagaly, *"Superconducting Quantum Instruments and Applications"*, Rev. Sci. nstrum., Vol. 77, no. 10, P. 101101, Oct. (2006)

[14] M. Tinkham, Introduction to Superconductivity, 2 nd ed. Mineola, NY, USA: Dover Publications, (2004)

[15] H. K. Chang et al., *"SQUID-based geophysical survey techniques and their applications," J. Appl. Geophys.*, vol. 168, pp. 1-12, Sep. (2019)

[16] J. H. Hinken and S. K. G. Kater, *"Nondestructive testing with HTS SQUIDs,"* IEEE Trans. Appl. Geophys., vol. 168, pp. 3841-3844, Jun. (1999)

[17] T. R. Madden, "Review of electrical and magnetic fields accompanying seismic and volcanic activity," Surv. Geophys, vol. 15, no. 4, pp. 441-475, Jul. (1994)

[18] T. Visser, *"Modelling and Analysis of Long Josephson junction",* PhD thesis, University of Twente, (2002).

[19] N. Riazi, *"Dynamics of Salitons in Inhomogeneous Josephson Junctions",* Int. J. Theo. Phys., Vol. 35, No. 1, (1996).

[20] A. Wallraff, *"Fluxon Dynamics and Radiation Emission in Two Fold Long Josephson Junction Stacks",* American Institute of Physics, (1996).

[21] A. Abdumalikov, *"Vortex Dynamics in Ultra-Narrow Josephson Junctions",* Lehrstuhl für Mikrocharakterisierung, Friedrich-Alexander-Univ., (2005).

[22] N. Riazi & A.R. Gharaati, *"Dynamics of sine-Gordon Solitons",* Int. J. Theor. Phys., Vol.37, No.1, (1998).

[23] A.V. Ustinov,*"Long Josephson Junctions and Stacks",*Physikalisches Institute III,Universitat Erlangen-Nurnberg D-91054, Erlangen, Germany, (1998).

[24] M. Remoissent, *"Wave called Solitons",* Springer Verlag Berlin, 2nd edition, (1996).

[25] J. J. Mazo and A. V. Ustinov, *"The Sine-Gordon Equation in Josephson-Junction Arrays,"* in The Sine-Gordon Model and its and High-Energy Physics, Eds. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, pp.115-139, (2014)

[26] A.C. Scott, F.Y.F. Chu, and S.A. Reible, *"Magnetically propagation on a Josephson transmission line,"* J. Appl. Phys., vol. 47, no. 7, pp. 3272-3286, Jul. (1976).