

## اثر اختلاف چگالی و انرژی‌های دوپرتو بر روی قله‌های آهنگ رشد در یک لیزر الکترون آزاد دوجریانی

نادر مهدی‌زاده\*

استادیار، گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، واحد سبزوار، دانشگاه آزاد اسلامی، سبزوار، ایران

تاریخ دریافت: 1397/08/03 تاریخ پذیرش: 1398/07/02

## The Effects of Density and Energy Difference of Two Beams on the Picks of Growth Rate in a Two-Stream Free Electron Laser

N. Mahdizadeh\*

Assistant Professor, Department of Physics, Sabzevar Branch, Islamic Azad University, Sabzevar, Iran

Received: 2018/10/25 Accepted: 2019/08/24

### Abstract

Dispersion relation (DR) of a two-stream free electron laser (FEL) with a helical wiggler pump is obtained. This work has done by linearizing of Maxwell equations, continuity and momentum equations and solving them simultaneously. Using a fluid approach the DR is derived, which shows coupling of all modes. By iteration method the DR was solved numerically and band widths of resonances have shown. In this paper, effect of the difference of densities of two electron beams (EBs) and difference of energies of two EBs on picks of the growth rates and band width of resonances are verified.

### Keywords

Free Electron Laser, Two-Stream, Growth Rate, Dispersion Relation, Energy Difference.

### چکیده

با خطی‌سازی و حل همزمان معادلات ماکسول، معادلات پیوستگی و اندازه حرکت، رابطه پاشندگی برای یک لیزر الکترون آزاد دوجریانی با پمپ ویگنر پیچشی به دست آمده است. رابطه پاشندگی که جفت‌شدگی همه مد‌ها را نشان می‌دهد از روش سیالی به دست آمده است. با استفاده از روش تکرار فرمول پاشندگی به صورت عددی حل شده و محدوده باند فرکانس‌هایی که تشدید لیزر الکترون آزاد و لیزر الکترون آزاد دوجریانی در آنها رخ می‌دهد، مشخص شده است. در این مقاله اثر اختلاف چگالی دوپرتو الکترونی و اختلاف انرژی‌های دوپرتو الکترونی بر روی قله‌های آهنگ رشد و پهنای باند تشدید بررسی شده است.

### واژگان کلیدی

لیزر الکترون آزاد، دوجریانی، آهنگ رشد، رابطه پاشندگی، اختلاف انرژی.

## مقدمه

انرژی‌های دو پرتو الکترونی بر روی قله‌های آهنگ رشد بررسی نشده است که در این مقاله به این موضوع پرداخته شده است.

در بخش اول معادلات اصلی توصیف کننده لیزر الکترون آزاد دوجریانی از دیدگاه سیالی ارائه شده‌اند؛ در بخش دوم نتایج حاصل از حل عددی رابطه پاشندگی ارائه شده و در پایان بحث و نتیجه‌گیری آمده است.

## معادلات اصلی

دو پرتو الکترونی با سرعت‌های نسبی با فاصله محوری بسیار ناچیز را در نظر بگیرید که از میان میدان‌های مغناطیسی ویگلر و در راستای محور آن عبور می‌کنند. در چارچوب آزمایشگاهی یک میدان مغناطیسی توصیف کننده ویگلر پیچشی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$: B_w (\cos(k_w z) \hat{e}_x + \sin(k_w z) \hat{e}_y) \quad (1)$$

که در آن  $B_w$  دامنه میدان مغناطیسی ویگلر و  $k_w = \frac{2p}{l_w}$  عدد موجی و  $l_w$  طول تناوب ویگلر است. بردارهای یکه محور  $x$ ،  $y$  و  $z$  به ترتیب به صورت  $\hat{e}_x$ ،  $\hat{e}_y$  و  $\hat{e}_z$  نمایش داده شده‌اند. در رابطه (1)، دامنه ثابت و تغییرات فقط در یک بعد فرض شده است. مدار یک الکترون نسبی در چنین میدانی تقریباً شبیه مسیر یک پیچ راستگرد است. معادله اندازه حرکت الکترون یا همان معادله لورنتس-نیوتن عبارت است از:

$$\frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = -e \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}}{c} \right) - \frac{1}{n_i} \frac{\nabla p_i}{\nabla z} \hat{e}_z \quad (2)$$

در معادله بالا اندیس  $i$  مقادیر 1 و 2 را می‌گیرد و به کمیت‌های دو پرتو اشاره دارد.  $\mathbf{p}_i$  اندازه حرکت الکترون،  $\mathbf{E}$  میدان الکتریکی،  $\mathbf{v}_i$  سرعت الکترون‌ها،  $\mathbf{B}$  مجموع میدان‌های مغناطیسی ویگلر و تابشی،  $c$  سرعت نور در خلا،  $n_i$  چگالی پرتو الکترونی و  $p_i$  مولفه طولی تانسور تنش است. معادلات پیوستگی و پواسون به ترتیب عبارتند از:

لیزر الکترون آزاد درخشان‌ترین منبع نور در دسترس و درعین حال لیزری تنظیم‌پذیر است که می‌تواند تقریباً در تمام گستره طیف الکترومغناطیسی تابش همدوس با توان بالا تولید کند. این لیزرها بر اساس گسیل القایی تولید شده توسط الکترون‌های آزاد نسبیتی در حال برهمکنش با میدان مغناطیسی ویگلر تولید می‌شوند. منظور از ویگلر (در این جا از نوع مگنتواستاتیکی) میدان‌هایی مغناطیسی‌ای هستند، که در فضا به صورت تناوب عرضی هستند.

با وجود این که لیزرهای متداول راندمان تبدیل انرژی از مرتبه فقط چند درصد انرژی دارند، محاسبات نظری نشان می‌دهد که لیزرهای الکترون آزاد قابلیت داشتن راندمانی به بزرگی 65 درصد را دارا هستند. این در حالی است، که راندمان 40 درصد آن چند دهه قبل در آزمایشگاه به دست آمده است [1]. در حال حاضر در اقصی نقاط مختلف جهان آزمایشگاه‌های لیزر الکترون آزاد با بازده و توان خروجی بالا ساخته شده یا در حال ساخت هستند که با یک جستجوی ساده می‌توان مشخصات کارکرد آنها را در سایت‌های مرتبط یافت.

در یک لیزر الکترون آزاد، الکترون‌های پر انرژی تابش همدوس ساطع می‌کنند؛ همانند آنچه در لیزرهای معمولی وجود دارد، با این تفاوت که پرتوهای الکترونی به جای ماندن در حالت‌های باند اتمی در محیط برهم کنش از خلا می‌گذرند؛ بنابراین برخلاف لیزرهای متداول که طول موج‌های تابش بوسیله یک گذار معین بین دو تراز انرژی تعیین می‌شوند، در این نوع لیزرها، چون الکترون‌ها آزادانه جریان می‌یابند، امکان تابش در یک محدوده وسیع فرکانس وجود دارد که از آن به عنوان تنظیم‌پذیری یاد می‌شود. جالب این که، این فرایند را می‌توان تنها با نظریه الکترودینامیک کلاسیک توصیف کرد.

هرچند، طول موج لیزرهای الکترون آزاد به طول تناوب ویگلر و انرژی جنبشی الکترون‌ها بستگی دارد، ولی محدودیت‌های در عمل وجود دارد. یکی از محدودیت‌ها ساخت ویگلرهایی با طول تناوب بسیار کم است. با این وجود، با به کارگیری دوجریان الکترونی می‌توان تا حدودی بر این مشکل فائق آمد. با اینکه، تحقیقات گسترده‌ای درباره لیزرهای الکترون آزاد دوجریانی انجام شده است [19-2] و بسیاری از مراجع آنها، ولی تا به حال اثر اختلاف چگالی و

که در آن  $A$  مولفه عرضی پتانسیل برداری و  $J_{\Lambda_i}$  نیز مولفه عرضی چگالی جریان الکتریکی هستند. دستگاه در جهت عرضی یکنواخت فرض شده، یعنی  $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$  است؛

به عبارت دیگر، برای سادگی تغییرات تنها در یک جهت در نظر گرفته شده‌اند. در این صورت، اندازه حرکت بندادی یک ذره یک ثابت حرکت است؛ بنابراین می‌توان نوشت:  $p_{\Lambda} = \frac{e}{c} A_{\Lambda}$ . معادلات (1)–(11) توصیف کننده برهم کنش

موج-ذره هستند. با خطی سازی معادلات بالا و استفاده از قضیه فلوکه و حل همزمان معادلات به دست آمده برای دو پرتو نسبی و موج الکترومغناطیسی می‌توان رابطه پاشندگی را به دست آورد [13].

$$[(w - (k - k_w)v_{01z})^2 - \frac{w_{b1}^2 + 3k_{vth1}^2}{g_{01}^3}] -$$

$$\frac{W_w^2 w_{b1}^2 k(k - k_w)}{2ek_w^2 g_{01}^5}]'$$

$$[(w - (k - k_w)v_{01z})^2 - \frac{w_{b1}^2 + 3k_{vth1}^2}{g_{01}^3}] -$$

$$\frac{W_w^2 w_{b1}^2 k(k - k_w)}{2ek_w^2 g_{01}^5}] -$$

$$[w_{b1}^2 + \frac{W_w^2 w_{b1}^2 k(k - k_w)}{2ek_w^2 g_{01}g_{02}}] + [w_{b2}^2 +$$

$$\frac{W_w^2 w_{b2}^2 k(k - k_w)}{2ek_w^2 g_{02}g_{01}}] = 0$$

که در آن  $v_{thi}^2 = \frac{K_B T_i}{m_0}$  مجذور سرعت حرارتی و

$$e = w^2 - c^2 k^2 - \sum_{i=1}^2 \frac{w_{bi}^2}{g_{0i}}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \sum_{i=1}^2 \mathbf{N} \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = 0 \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^2 \mathbf{N} \cdot \mathbf{E} = -4p \sum_{i=1}^2 n_i \quad (4)$$

به کمک معادلات ماکسول

$$\sum_{i=1}^2 \mathbf{N} \cdot \mathbf{E} = -4pe \sum_{i=1}^2 n_i \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^2 \mathbf{N}' \cdot \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^2 \mathbf{N} \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^2 \mathbf{N}' \cdot \mathbf{B} = \frac{4p}{c} \sum_{i=1}^2 J_i + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (8)$$

با استفاده از پیمانه کولن (یعنی  $\sum_{i=1}^2 \mathbf{N} \cdot \mathbf{A} = 0$ ) و تعریف  $A$  پتانسیل برداری و  $f$  نرده‌ای که با روابط زیر به میدان‌ها مربوط می‌شوند،

$$\mathbf{E} = -\tilde{\mathbf{N}}f - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (9)$$

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^2 \mathbf{N}' \cdot \mathbf{A} \quad (10)$$

می‌توان معادله توصیف کننده موج الکترومغناطیسی برای مدل تحت بررسی را چنین نوشت:

$$\tilde{\mathbf{N}}^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4p}{c} \sum_{i=1}^2 J_i \quad (11)$$

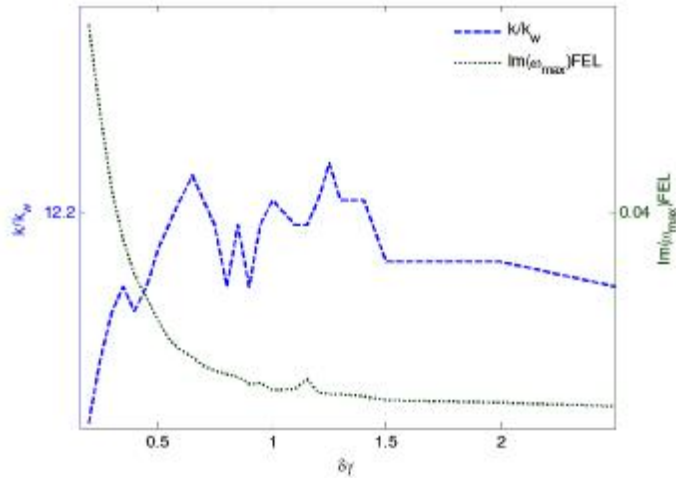
### حل عددی رابطه پاشندگی

برای حل عددی همه کمیت‌ها با  $c$  و  $k_w$  بی‌بعد شده‌اند. مقادیر در نظر گرفته شده برای حل عددی عبارتند از:  $g_{01} = 3.6$ ،  $g_{02} = 3$ ،  $B_w = 2kG$  و  $l_w = 2cm$ . این

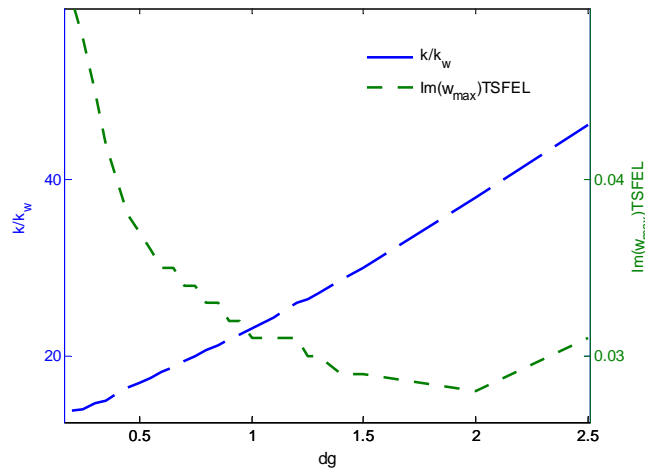
همچنین در معادله (12)  $W_w = \frac{eB_w}{m_0c}$  و

$$W_{bi}^2 = \frac{4pn_{0i}e^2}{m_0}$$

به ترتیب فرکانس‌های سیکلوترونی و



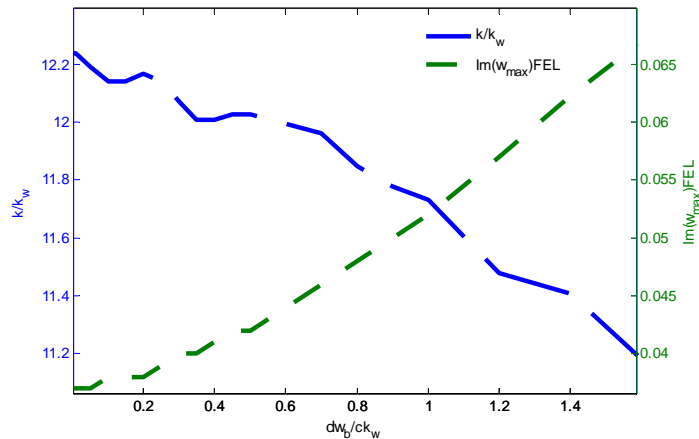
شکل 1. تغییرات طول موج تشدید و قله آهنگ رشد برحسب اختلاف انرژی دو پرتو برای تشدید لیزر الکترون آزاد



شکل 2. تغییرات طول موج تشدید و قله آهنگ رشد برحسب اختلاف انرژی دو پرتو برای تشدید لیزر الکترون آزاد دوجریانی

کار ادامه و مکمل کار قبلی یعنی مرجع [13] است. همان طور که در آن مقاله گزارش شده است، یک ناپایداری و دوتشدید در چنین مدلی از لیزر الکترون آزاد رخ می‌دهد.

پلاسمایی غیرنسبیتی،  $m_0$  جرم سکون الکترون است،  $K_B$  ثابت بولتزمن و  $T_{i=1,2}$  دمای پرتو الکترونی است.



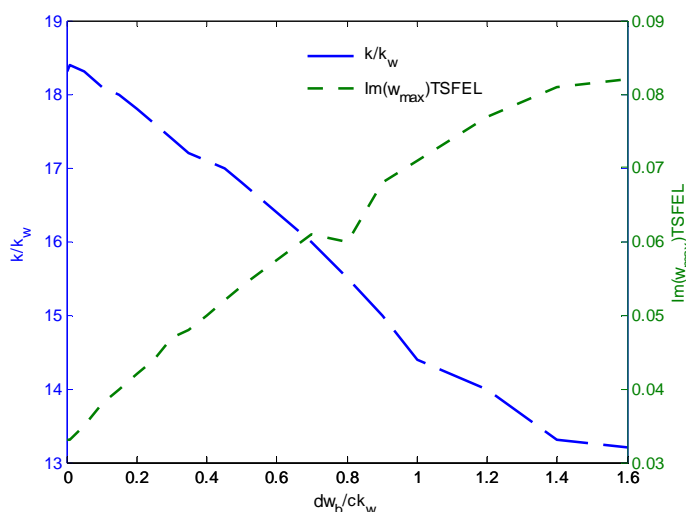
شکل 3. تغییرات طول موج تشدید و قله آهنگ رشد برحسب اختلاف چگالی دو پرتو برای تشدید لیزر الکترون آزاد

آهنگ رشد و همچنین، باعث کاهش طول موج تشدید می شود. تغییرات کلی قله آهنگ رشد و عدد موجی نرمال شده برحسب اختلاف انرژی دو پرتو الکترونی مانند شکل (1) یعنی تشدید لیزر الکترون آزاد ماست؛ با این تفاوت که، برای تشدید لیزر الکترون آزاد دوجریانی عدد موجی نرمال شده با شیب تقریباً ثابتی افزایش می یابد؛ در حالی که در شکل قبلی، بعد از افزایش در مقداری میانگین ثابت می ماند. برای تشدید لیزر الکترون آزاد دوجریانی حالت بهینه به ازای اختلاف ضریب نسبی  $Dg = 0.75$  حاصل می شود.

دیدیم با افزایش اختلاف انرژی دو پرتو، طول موج های تشدید کاهش می یابد که این یک مزیت به حساب می آید؛ ولی از آنجا که قله آهنگ رشد کاهش می یابد، مقدار اختلاف انرژی نباید خیلی زیاد باشد. حال با توجه به اینکه چه طول موجی مدنظرمان باشد، مقدار اختلاف انرژی دو پرتو را انتخاب می کنیم. تغییرات طول موج تشدید و قله آهنگ رشد برحسب اختلاف چگالی دو پرتو برای تشدید لیزر الکترون آزاد در شکل (3) رسم شده است. همانطور که دیده می شود، با آنکه اختلاف چگالی دو پرتو افزایش یافته ولی در وهله اول تغییر چندانی در طول موج تشدید ایجاد نشده؛ اما به تدریج کاهش یافته است. با این وجود، قله آهنگ رشد در هر دو تشدید افزایش یافته است.

یکی ناپایداری دوجریانی و دو تشدیدهای لیزر الکترون آزاد و لیزر الکترون آزاد دوجریانی هستند که آنها با حل عددی رابطه پاشندگی (معادله (12)) در مرجع [13] نشان داده شده اند. همچنین پهنای باند هریک از تشدیدهای یاد شده نیز تعیین شده اند. در حالی که در کار قبلی فقط اثرات چگالی و دمای پرتوهای الکترونی بر روی آهنگ رشد بررسی شده است. در این جا، رفتار قله های تشدید لیزر الکترون آزاد و لیزر الکترون آزاد دوجریانی به ازای تغییرات اختلاف انرژی و چگالی دو پرتو بررسی شده است؛ به طور مثال، در شکل (1) اثر اختلاف انرژی بر روی قله آهنگ رشد تشدید لیزر الکترون آزاد و عدد موجی رسم شده است. همان طور که دیده می شود با افزایش اختلاف انرژی دو پرتو ابتدا عدد موجی نرمال شده تا مقدار  $0/71$  افزایش یافته است؛ سپس کمی کاهش و تقریباً ثابت می ماند؛ ولی، با افزایش اختلاف انرژی قله آهنگ رشد تشدید لیزر الکترون آزاد کاهش می یابد. همان طور که اختلاف انرژی افزایش می یابد، ابتدا با شیب بسیار زیادی کاهش می یابد، تا مقدار  $0/62$  از آن به بعد با شیب کمی کاهش می یابد. یک حالت بهینه به ازای  $Dg = 0.45$  حاصل می شود.

تغییرات قله آهنگ رشد و طول موج تشدید برای تشدید لیزر الکترون آزاد دوجریانی در شکل (2) برحسب اختلاف انرژی دو پرتو رسم شده است. همان طور که دیده می شود، افزایش اختلاف انرژی دو پرتو باعث کاهش قله



شکل 4. تغییرات طول موج تشدید و قله آهنگ رشد برحسب اختلاف چگالی دو پرتو برای تشدید لیزر الکترون آزاد دوجریانی

افزایش اختلاف انرژی دو پرتو باعث کاهش قله آهنگ رشد و کاهش طول موج تشدیدها در لیزر الکترون آزاد دوجریانی می‌شود. همچنین از شکل‌های (3) و (4) دریافت می‌شود که با افزایش اختلاف چگالی دو پرتو، قله‌های آهنگ رشد و طول موج‌های تشدید نیز افزایش می‌یابند. حال با توجه به اینکه چه طول موج و توان تشدید مدنظرمان باشد، اختلاف انرژی دو پرتو را انتخاب می‌کنیم. محققان این رشته مقدار واحدی برای اختلاف انرژی و چگالی دو پرتو در کارهای دوجریانی در نظر نگرفته‌اند؛ برای مثال، با این که شدت ویگلر و طول تناوب آن در دو مرجع [8] و [12] یکسان است؛ ولی جریان اولیه دو پرتو الکترونی یکسان در نظر گرفته نشده است. در مرجع [8] جریان یک پرتو 100A و جریان دیگری 600A در نظر گرفته شده است؛ در حالی که، در مرجع [12] جریان یکی 300A و دیگری 600A در نظر گرفته شده است. در مراجع [13-17] مقدار پارامتر نسبیتی (اختلاف انرژی) دو پرتو تقریباً 0/5 در نظر گرفته شده‌اند. در مرجع [10] اختلاف چگالی نرمال دو پرتو 0/4 و اختلاف پارامتر نسبیتی (انرژی) دو پرتو را 0/6 در نظر گرفتند. با آنکه مشاهده شد، با افزایش

تغییرات طول موج تشدید و قله آهنگ رشد برحسب اختلاف چگالی دو پرتو برای تشدید لیزر الکترون آزاد دوجریانی در شکل (4) نشان داده شده‌اند. همان طور که دیده می‌شود، با افزایش اختلاف چگالی دو پرتو در ابتدا تغییر چندانی در طول موج تشدید ایجاد نشده، ولی به تدریج کاهش یافته است. اما، قله آهنگ رشد مانند تشدید لیزر الکترون آزاد افزایش یافته است.

### بحث و نتیجه‌گیری

معادلات توصیف کننده لیزر الکترون آزاد دوجریانی با پمپ ویگلر پیچشی از روش سیالی ارائه شده‌اند. باخطی‌سازی معادلات ماکسول، پیوستگی و اندازه حرکت رابطه پاشندگی که نشان دهنده جفت‌شدگی همه مدهاست، نوشته شده است. از روش تکرار معادله پاشندگی حل شده و قسمت موهومی فرکانس برحسب طول موج تشدید رسم شده است. به ازای اختلاف انرژی و چگالی دو پرتو، قله‌های آهنگ رشد و عدد موجی تشدیدها رسم شده‌اند. به طور خلاصه می‌توان گفت: با نگاهی کلی به شکل‌های (1) و (2) مشاهده می‌شود که

ولی برای سایر پمپ‌ها و همچنین توصیف آنها از دیدگاه جنبشی کارهایی است که در آینده مدنظر هستند.

### قدردانی

بدین وسیله از حوزه معاونت پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی واحد سبزوار قدردانی می‌شود.

محدود اختلاف چگالی دو پرتو قله‌های آهنگ رشد افزایش می‌یابد؛ ولی، در بعضی مراجع مانند [11] اختلاف چگالی نرمال (متناسب با جریان) دو پرتو الکترونی صفر در نظر گرفته شده است. با این اوصاف این مقاله یک راهنما برای طراحی چنین لیزرها است. هرچند در اینجا داده‌ها برای پمپ تخت به دست آمدند؛

### References

- [1] P. Sprangle, C.-M. Tang & W. M. Manheimer, "Nonlinear theory of free-electron lasers and efficiency enhancement", *Physics Review A* 21 (1980) 1.
- [2] G. Bekefi, & K. D. Jacobs, "Two-stream free electron laser", *Journal of Applied Physics* 53 (1982)4113–4121.
- [3] M. Botton, & A. Ron, "Two-stream instability in free electron lasers", *Journal of Applied Physics* 67 (1990) (10)6583–6586.
- [4] V. V. Kulish, A. V. Lysenko & V. I. Savechenko, "Two-stream free electron lasers: general properties", *International Journal of Infrared Millimeter Waves* 24 (2003) 129–172.
- [5] M. Botton, A. Ron, "Gain enhancement in a free electron laser by two-stream instability", *Journal of Applied Physics* 67 (10) (1990) 6583.
- [6] B.W.J. McNeil, et al. "Two-stream free-electron laser", *Physical Review E* 70 (2004) 035501 (R).
- [7] H. Mehdian, S. Saviz & A. Hasanbeigi, "Two-stream instability in free electron lasers with a planar wiggler and an axial guide magnetic field", *Physics of Plasmas* 15 (2008), 043103.
- [8] N. S. Mirian, & B. Maraghechi, "Thermal effect on pre-bunched two-beam free electron laser", *Physics of Plasmas* 20 (2013) , 083102.
- [9] W. Liu, Z. Yang & Zh. Liang, "Instability of two-stream free-electron laser with an axial guiding magnetic field". *International Journal of Infrared Millimeter Waves* 27 (2006) 1073–1085.
- [10] H. Mehdian and N. Abbasi, "Dispersion relation and growth in a two-stream free electron laser with helical wiggler and ion channel guiding", *Physics of Plasmas* 15 (2008) 013111.
- [11] H. Mehdian, S. Saviz, "Electron trajectory and growth rate in a two-stream electromagnetically pumped freeelectron laser and axial guide field" *Physics of Plasmas*15 (2008)093103.
- [12] M. Zahedian, B. Maraghechi and M.H. Rouhani, "Efficiency enhancement of a two-beam free-electron laser using a nonlinearly tapered wiggler", *China Physics* 21 B (2012) 3,034101.
- [13] A. Lysenko, I. Volk, A. Serozhko and O. Rybalko, "Forming of Space Charge Wave with Broad Frequency Spectrum in Helical Relativistic Two-Stream Electron Beams", *Chinese Physics Letters*, 34(2017) 075202.
- [14] F. M. Aghamir & N. Mahdizadeh, "Effects of beam temperature and density variation on the growth rate of a two-stream free electron laser", *Physics of Plasmas* 19 (2012) 032114.
- [15] N. Mahdizadeh & F. M. Aghamir, "Effects of finite beam and plasma temperature on the growth rate of a two-stream free electron laser with background plasma", *Journal of Applied Physics* 113 (2013) 83305.
- [16] V.V. Kulish., A.V. Lysenko and V.I. Savchenko, "Fundamental of superhydrodin two-stream free electron laser", *International Journal of Infrared and Millimeter Waves* 24 (4) (2002) 516.
- [17] N. Mahdizadeh, "Thermal effect on electron trajectory and growth rate in a

- two-stream free electron laser with a guide field”, AIP Advances 8 (2018)075220.
- [18] A. Lysenko and I.Volk,”Influence of two-stream relativistic electron beam parameters on the space-charge wave with broad frequency spectrum formation” Plasma Science and Technology,20 (2018),3, 035002.
- [19] V.V. Kulish , A.V. Lysenkob, M.Yu. Rombovskyb , V.V. Kovalb and I.I. Volkb,” Forming of Ultrashort Electromagnetic Clusters by Two-Stream Superheterodyne Free Electron Lasers”, Acta Physica Polonica A, 131(2017) 10,12693.